

筆記試験（数 学）

令和6年11月23日（土） 9:30 ~ 10:30

注 意

1. 問題は全部で2題（1、2）あります。全問題に答えなさい。
2. 解答用紙は1題につき1枚ずつ計2枚あります。  
各解答用紙の所定の欄に解答する問題番号を記入しなさい。  
なお、解答用紙の点線より上側に解答を書いてはいけません。
3. 解答用紙の表側だけで足りない場合は裏側も使用してよいが、  
点線より下側に解答を記入しなさい。  
解答用紙の裏側を使用する場合は表側にその旨記すこと。
4. 各解答用紙の所定の欄に受験番号を記入しなさい。
5. 問題冊子、解答用紙はすべて持ち出してはいけません。

# 1

以下の問に答えなさい。

(1) 次の関数を微分しなさい。

①  $y = \sqrt[3]{x^2 + 1}$

②  $y = \log_e \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$

(2) 次の不定積分を求めなさい。

$$\int x \sqrt{1+x} dx$$

(3) 次の定積分を求めなさい。

$$\int_0^1 x^3 e^{-x} dx$$

(4) 次の無限級数は収束することを示し、その和を求めなさい。

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots$$

(5)  $x > 0$ のとき、次の不等式が成り立つことを証明しなさい。

$$e^x > \left( 1 + x + \frac{x^2}{2} \right)$$

## 2

以下の問に答えなさい。

- (1) 次の方程式を満たす複素数  $z$  の大きさと偏角を求めなさい。ただし、偏角の範囲は  $-2\pi$  以上  $2\pi$  未満とする。

$$z^3 \left( -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 1$$

- (2) 複素数平面上の点  $z$  が原点を中心とする単位円上を動くとき、次の式が表す点  $w$  のえがく図形について  $w$  を用いた方程式を求めなさい。また、この方程式でえがかれる図形について説明しなさい。

$$w = \frac{8z - 4}{9z - 3}$$

- (3) 座標平面上の 2 点  $(1, 2)$  と  $(3, 3)$  を通る直線の法線ベクトルであり、かつ大きさが 1 のベクトルを求めなさい。
- (4) 座標空間に 4 つの点  $A(4, 1, 3)$ ,  $B(2, 6, 3)$ ,  $C(1, 2, 8)$ ,  $D(1, 2, 3)$  がある。三角形  $ABD$  の面積ならびに四面体  $ABCD$  の体積を求めなさい。