

令和 7 年度学力検査問題

工学部・前期日程

数 学

$$\textcircled{3} \left(\begin{array}{l} \text{数 学 I} \\ \text{数 学 II} \\ \text{数 学 III} \\ \text{数 学 A} \\ \text{数 学 B} \\ \text{数 学 C} \end{array} \right)$$

問 題	ページ 1	ページ 2
解答用紙枚数	2	枚
解 答 時 間	120	分

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 本冊子のページ数は上記のとおりである。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがある場合は申し出ること。
3. 解答用紙 2 枚の指定された欄 2 箇所（計 6 箇所）に、忘れずに本学の受験番号を記入すること。
4. 解答は、すべて別紙解答用紙のそれぞれの解答欄に記入すること。
5. 配付された問題冊子は、試験終了後持ち帰ること。
6. この問題冊子の空白部は、草稿用紙として使用してよい。

1

以下の問いに答えよ。

(1) 平面上の点 O を中心とする半径 1 の円の周上に、3 点 A, B, C があり、
 $\vec{OA} + \sqrt{2}\vec{OB} + \sqrt{3}\vec{OC} = \vec{0}$ を満たすとする。このとき、 $\vec{OA} \cdot \vec{OC}$ を求めよ。

(2) $\tan \frac{\pi}{10} \tan \frac{2}{5}\pi = 1$ を示せ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = 3^n + 2a_n$ であるとする。
 このとき、 a_1 を求めよ。また、 a_{n+1} を a_n で表せ。さらに、 $b_n = \frac{a_n}{3^n}$
 として、数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(4) $y = a_1x + b_1$ を、2 点 $(1, 0)$ および $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ を通る直線の方程式とし
 て、 $y = a_2x + b_2$ を、2 点 $(-1, 0)$ および $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ を通る直線の方程式とする。連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ y \leq a_1x + b_1 \\ y \geq a_2x + b_2 \end{cases}$$

の表す領域を図示せよ。また、点 (x, y) がこの領域を動くとき、 $x + y$ の最大値と最小値を求めよ。

(5) $\cos \theta_1 - \cos \theta_2 = 0$ かつ $\sin \theta_1 - \sin \theta_2 = 1$ を満たす組 (θ_1, θ_2) をすべて求めよ。ただし、 $0 \leq \theta_1 \leq \theta_2 < 2\pi$ とする。また、複素数 z_1, z_2 で
 $|z_1| + |z_2| = 5$, $|z_1 z_2| = 6$, $z_1 |z_2| - |z_1| z_2 = |z_1 z_2| i$ を満たす組 (z_1, z_2) を
 すべて求めよ。ただし、 $|z_1| \leq |z_2|$, $0 \leq \arg z_1 \leq \arg z_2 < 2\pi$ とする。

2 k 本中 1 本が当たりで残りがはずれの公平なくじがある。このくじを引いて戻す試行を n 回繰り返す。

- (1) 「 n 回中当たりを 1 回以上引く確率が a 以上である」という条件を, k, n, a を使った不等式で表せ。さらに, $k = 3, n = 2, a = \frac{5}{9}$ のとき, その不等式が成り立つことを示せ。
- (2) (1) の不等式を n について解け。ただし, $k > 1$ かつ $0 \leq a < 1$ とする。
- (3) くじの本数 k が 5 で, a が 0.99 のとき, (1) の不等式を満たすくじ引きの回数 n の最小値を求めよ。ただし, $\log_5 2$ の近似値として 0.43 を使ってよい。

3 以下の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = \frac{1}{1+x^2}$ の増減, 極値, グラフの凹凸および変曲点を調べ, そのグラフの概形をかけ。
- (2) 定積分 $\int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ を求めよ。
- (3) x 軸, 直線 $x = -1$, 直線 $x = 1$, および曲線 $y = \frac{1}{1+x^2}$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。