令和７年度学力検査問題

医学部医学科・前期日程

数　　学

② (数学Ⅰ　数学Ⅱ　数学Ⅲ　数学A　数学B　数学C)

問　　題	1 ページ ～ 2 ページ
解答用紙枚数	2　枚
解答時間	120 分

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 本冊子のページ数は上記のとおりである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがある場合は申し出ること。
3. 解答用紙 2 枚の指定された**欄２箇所（計６箇所）**に，忘れずに本学の**受験番号**を記入すること。
4. 解答は，すべて**別紙解答用紙のそれぞれの解答欄**に記入すること。
5. 配付された問題冊子は，試験終了後持ち帰ること。
6. この問題冊子の空白部は，草稿用紙として使用してよい。

$\boxed{1}$ 以下の問いに答えよ。

(1) 平面上の点 O を中心とする半径 1 の円の周上に，3 点 A，B，C があり，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\sqrt{2}\,\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\sqrt{3}\,\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{0}$ を満たすとする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を求めよ。

(2) $\tan\dfrac{\pi}{10}\tan\dfrac{2}{5}\pi=1$ を示せ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n=3^n+2a_n$ であるとする。数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(4) $y=a_1x+b_1$ を，2 点 $(1,0)$ および $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{1}{2}\right)$ を通る直線の方程式として，$y=a_2x+b_2$ を，2 点 $(-1,0)$ および $\left(-\dfrac{1}{2},-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ を通る直線の方程式とする。連立不等式

$$\begin{cases} x^2+y^2\leqq 1 \\ y\leqq a_1x+b_1 \\ y\geqq a_2x+b_2 \end{cases}$$

の表す領域を図示せよ。また，点 (x,y) がこの領域を動くとき，$x+y$ の最大値と最小値を求めよ。

(5) $\cos\theta_1-\cos\theta_2=0$ かつ $\sin\theta_1-\sin\theta_2=1$ を満たす組 (θ_1,θ_2) をすべて求めよ。ただし，$0\leqq\theta_1\leqq\theta_2<2\pi$ とする。また，複素数 z_1，z_2 で $|z_1|+|z_2|=5$，$|z_1z_2|=6$，$z_1|z_2|-|z_1|z_2=|z_1z_2|i$ を満たす組 (z_1,z_2) をすべて求めよ。ただし，$|z_1|\leqq|z_2|$，$0\leqq\arg z_1\leqq\arg z_2<2\pi$ とする。

2 k 本中 1 本が当たりで残りがはずれの公平なくじがある。このくじを引いて戻す試行を n 回繰り返す。

(1)「n 回中当たりを 1 回以上引く確率が a 以上である」という条件を，k，n，a を使った不等式で表せ。さらに，$k=3$，$n=2$，$a=\dfrac{5}{9}$ のとき，その不等式が成り立つことを示せ。

(2) (1) の不等式を n について解け。ただし，$k>1$ かつ $0 \leqq a < 1$ とする。

(3) くじの本数 k が 5 で，a が 0.99 のとき，(1) の不等式を満たすくじ引きの回数 n の最小値を求めよ。ただし，$\log_5 2$ の近似値として 0.43 を使ってよい。

3 以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ を

$$f(x)=\begin{cases}1-\sqrt{1-(x+1)^2} & (-1 \leqq x < 0)\\ 1-\sqrt{1-(x-1)^2} & (0 \leqq x \leqq 1)\end{cases}$$

とする。曲線 $y=f(x)$ $(-1 \leqq x < 0)$ の凹凸を調べ，そのグラフの概形をかけ。

(2) 不等式 $x^2+y^2+z^2 \leqq 1$ の表す空間内の球を B，連立不等式

$$\begin{cases}y^2+z^2 \leqq \{f(x)\}^2\\ x \geqq -1\\ x \leqq 1\end{cases}$$

の表す空間内の立体を D とする。ただし，$f(x)$ は (1) で与えられるものである。(x,y,z) が D の点ならば，それは B の点でもあることを示せ。

(3) B，D は (2) で与えられたものとする。B から D の内部を取り除いてできる立体の体積を求めよ。