

令和 6 年度学力検査問題

工学部・前期日程

数 学

③ $\left(\begin{array}{l} \text{数 学 I} \\ \text{数 学 II} \\ \text{数 学 III} \\ \text{数 学 A} \\ \text{数 学 B} \end{array} \right)$

問 題	ページ 1	ページ 2
解答用紙枚数	2	枚
解 答 時 間	120	分

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 本冊子のページ数は上記のとおりである。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがある場合は申し出ること。
3. 解答用紙 2 枚の指定された欄 2 箇所（計 4 箇所）に、忘れずに本学の受験番号を記入すること。
4. 解答は、すべて別紙解答用紙のそれぞれの解答欄に記入すること。
5. 配付された問題冊子は、試験終了後持ち帰ること。
6. この問題冊子の空白部は、草稿用紙として使用してよい。

1

以下の問いに答えよ。

- (1) 1 枚のコインを 6 回投げるとき、表が 3 回以上出る確率を求めよ。
- (2) $\sqrt{11}$ が無理数であることを用いて $p\sqrt{11} = q$ となる有理数 p, q は $p = 0, q = 0$ であることを示せ。さらに $\sqrt{11}$ の小数部分を x と表すとき、 $x^2 = ax + \frac{b}{x}$ を満たす有理数 a, b を求めよ。
- (3) 正の数 a, x, y, z について、 $2xy - yz - zx = 0$ かつ $2^x = 3^y = a^z$ であるとき、 a の値を求めよ。
- (4) 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 0, a_2 = 2, a_{n+2} = \frac{a_{n+1} + a_n}{2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定める。 $a_{n+2} - pa_{n+1} = q(a_{n+1} - pa_n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) となる定数 p, q を求め、数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (5) 複素数 $\alpha = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ について、集合 $S = \left\{ \frac{\alpha^m - \bar{\alpha}^m}{\alpha - \bar{\alpha}} \mid m = 1, 2, 3, \dots \right\}$ を考える。ただし、 $\bar{\alpha}$ は α と共役な複素数である。 S の要素の個数を答え、その要素をすべて列挙せよ。

2 平面上に 3 点 O, A, B があり，線分 AB を $1:2$ に内分する点を P ，線分 AB を $2:1$ に内分する点を Q とする。 $|\overrightarrow{OP}| = 2$ ， $|\overrightarrow{OQ}| = 5$ として以下の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{OA}$ を $\overrightarrow{OP}$ と $\overrightarrow{OQ}$ で表せ。同様に， $\overrightarrow{OB}$ を $\overrightarrow{OP}$ と $\overrightarrow{OQ}$ で表せ。
- (2) $|\overrightarrow{OA}| \leq 9$ を示せ。
- (3) 整数 a, b, c に対して $\overrightarrow{OA} = (a, 0)$ ， $\overrightarrow{OB} = (b, c)$ が成り立つとする。このとき， a, b, c のとり得る値をすべて求めよ。ただし a, c は 0 以上とする。

3 以下の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = xe^x$ の増減，極値，グラフの凹凸および変曲点を調べ，そのグラフをかけ。なお，必要ならば $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$ を用いてよい。
- (2) a を定数とするととき，方程式 $xe^x = a$ の異なる実数解の個数を a の値によって分類せよ。
- (3) 2 点 $(0, 0)$ ， $(1, e)$ を通る直線と曲線 $y = xe^x$ で囲まれた図形を， x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。