令和６年度学力検査問題

医学部医学科・前期日程

数　　学

②
数学Ⅰ
数学Ⅱ
数学Ⅲ
数学Ａ
数学Ｂ

問　　題	1 ページ ～ 2 ページ
解答用紙枚数	2　枚
解答時間	120 分

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 本冊子のページ数は上記のとおりである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがある場合は申し出ること。
3. 解答用紙 2 枚の指定された**欄２箇所**（**計４箇所**）に，忘れずに本学の**受験番号**を記入すること。
4. 解答は，すべて**別紙解答用紙のそれぞれの解答欄**に記入すること。
5. 配付された問題冊子は，試験終了後持ち帰ること。
6. この問題冊子の空白部は，草稿用紙として使用してよい。

$\boxed{1}$ 以下の問いに答えよ。

(1) 1 枚のコインを 6 回投げるとき，表が 3 回以上出る確率を求めよ。

(2) $\sqrt{11}$ が無理数であることを用いて $p\sqrt{11} = q$ となる有理数 p，q は $p = 0$，$q = 0$ であることを示せ。さらに $\sqrt{11}$ の小数部分を x と表すとき，$x^2 = ax + \dfrac{b}{x}$ を満たす有理数 a，b を求めよ。

(3) 正の数 a，x，y，z について，$2xy - yz - zx = 0$ かつ $2^x = 3^y = a^z$ であるとき，a の値を求めよ。

(4) 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 0$，$a_2 = 2$，$a_{n+2} = \dfrac{a_{n+1} + a_n}{2}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ で定める。$a_{n+2} - pa_{n+1} = q(a_{n+1} - pa_n)$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ となる定数 p，q を求め，数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(5) 複素数 $\alpha = \dfrac{1 + \sqrt{3}\,i}{2}$ について，集合 $S = \left\{ \dfrac{\alpha^m - \overline{\alpha}^m}{\alpha - \overline{\alpha}} \,\middle|\, m = 1, 2, 3, \cdots \right\}$ を考える。ただし，$\overline{\alpha}$ は α と共役な複素数である。S の要素の個数を答え，その要素をすべて列挙せよ。

2 平面上に３点 O，A，B があり，線分 AB を $1:2$ に内分する点を P，線分 AB を $2:1$ に内分する点を Q とする。$\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right| = 2$，$\left|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\right| = 5$ として以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ で表せ。同様に，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ で表せ。

(2) $\left|\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right| \leqq 9$ を示せ。

(3) 整数 a，b，c に対して $\overrightarrow{\mathrm{OA}} = (a, 0)$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = (b, c)$ が成り立つとする。このとき，a，b，c のとり得る値をすべて求めよ。ただし a，c は 0 以上とする。

3 次の媒介変数表示で表される曲線 C（サイクロイド）について考える。

$$x = \theta - \sin\theta, \quad y = 1 - \cos\theta$$

以下の問いに答えよ。

(1) α を $0 < \alpha \leqq \pi$ を満たす実数とする。曲線 C 上の点 $(\alpha - \sin\alpha, 1 - \cos\alpha)$ における接線 l の方程式を求めよ。

(2) (1) で求めた接線 l と x 軸，y 軸，直線 $x = \pi$ で囲まれた図形の面積を $S(\alpha)$ とする。$\displaystyle\lim_{\alpha \to +0} \alpha S(\alpha)$ を求めよ。

(3) 曲線 C，x 軸，直線 $x = \dfrac{\pi}{2} - 1$ で囲まれた図形を，x 軸のまわりに１回転してできる立体の体積を求めよ。