

# 令和5年度学力検査問題

人文学部・医学部看護学科・前期日程

## 数 学

④  $\left( \begin{array}{l} \text{数学 I} \\ \text{数学 II} \\ \text{数学 A} \\ \text{数学 B} \end{array} \right)$

	ページ	ページ
問 題	1 ~	2
解答用紙枚数	2	枚
解 答 時 間	120	分

### 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 本冊子のページ数は上記のとおりである。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがある場合は申し出ること。
3. 解答用紙2枚の指定された欄2箇所（計4箇所）に、忘れずに本学の受験番号を記入すること。
4. 解答は、すべて別紙解答用紙のそれぞれの解答欄に記入すること。
5. 配布された問題冊子は、試験終了後持ち帰ること。
6. この問題冊子の空白部は、草稿用紙として使用してよい。

**1**

以下の問いに答えよ。

(1)  $a, b$  を実数とする。複素数  $x = \sqrt{2} + i$  が  $x^3 + ax + b = 0$  の一つの解となるように  $a, b$  の値を定めよ。

(2)  $\sum_{n=1}^{125} \frac{\sum_{m=1}^6 2^m}{\sum_{k=1}^n 2k}$  を求めよ。

(3)  $\log_{10} 2 = p, \log_{10} 3 = q$  として、 $\log_2 5$  と  $\log_2(5!)$  を  $p, q$  で表せ。

(4)  $\cos \theta = \alpha$  として、 $\cos 3\theta$  を  $\alpha$  で表せ。また、 $\theta = \frac{\pi}{9}$  のとき、三角関数の積  $\cos \theta \cdot \cos 2\theta \cdot \cos 4\theta$  の値を求めよ。

(5) 大袋の中に青球 1 個、白球 1 個が入っており、小袋の中に赤球 1 個、青球 1 個、白球 1 個が入っている。いま、小袋から色を見ずに球を 2 個取り出して大袋に入れた。この後、大袋から球を 1 個取り出したとき、それが赤球である確率を求めよ。

2 四面体 OABC において  $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ ,  $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$  とする。また、線分 AB, AC 上にそれぞれ点 P, Q をとり、 $|\overrightarrow{AP}| = s$ ,  $|\overrightarrow{AQ}| = t$  とおく。

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = 0$ ,  $|\vec{a}| = \frac{1}{2}$ ,  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = 1$  が成り立っているとして、以下の問いに答えよ。

- (1)  $\angle BAC = \theta$  として、 $\cos \theta$  を求めよ。また、 $\triangle APQ$  の面積を  $s, t$  を用いて表せ。
- (2) 点 O から  $\triangle ABC$  に下ろした垂線と  $\triangle ABC$  との交点を H とする。 $\overrightarrow{OH}$  を  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  を用いて表せ。
- (3)  $\overrightarrow{OH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OQ}$  が成り立っているとき、 $\triangle APQ$  の面積を求めよ。

3  $a$  を定数として、 $f(x) = x^3 - 3x^2 + a$  とおく。 $y = f(x)$  の極小値が負で、 $y = f(x)$  のグラフと  $x$  軸との共有点の個数が 2 であるとして、以下の問いに答えよ。

- (1)  $a$  の値を求めよ。
- (2) 直線  $y = 9x + b$  が曲線  $y = f(x)$  の接線で、 $b > 0$  とする。 $b$  の値を求めよ。
- (3)  $a, b$  を (1), (2) で求めたものとして、曲線  $y = f(x)$  と直線  $y = 9x + b$  で囲まれた図形の面積を求めよ。