

令和5年度学力検査問題

教育学部・生物資源学部・前期日程

数 学

$$\textcircled{1} \begin{pmatrix} \text{数学 I} \\ \text{数学 II} \\ \text{数学 A} \\ \text{数学 B} \end{pmatrix} \text{ または } \begin{pmatrix} \text{数学 I} \\ \text{数学 II} \\ \text{数学 III} \\ \text{数学 A} \\ \text{数学 B} \end{pmatrix}$$

問 題	ページ	ページ
	1	～ 2
解答用紙枚数	2	枚
解 答 時 間	120	分

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 本冊子のページ数は上記のとおりである。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがある場合は申し出ること。
3. 解答用紙2枚の指定された欄2箇所（計4箇所）に、忘れずに本学の受験番号を記入すること。
4. 解答は、すべて別紙解答用紙のそれぞれの解答欄に記入すること。
5. 問題 $\boxed{1}$ 、 $\boxed{2}$ は全員が解答する問題である。
問題 $\boxed{3}$ は選択科目である。 $\boxed{3-1}$ 、 $\boxed{3-2}$ の2題の中からいずれか1題を選択して解答し、その選択した問題番号を解答用紙の指定した箇所に記入すること。
6. 配布された問題冊子は、試験終了後持ち帰ること。
7. この問題冊子の空白部は、草稿用紙として使用してよい。

1

以下の問いに答えよ。

(1) a, b を実数とする。複素数 $x = \sqrt{2} + i$ が $x^3 + ax + b = 0$ の一つの解となるように a, b の値を定めよ。

(2) $\sum_{n=1}^{125} \frac{\sum_{m=1}^6 2^m}{\sum_{k=1}^n 2k}$ を求めよ。

(3) $\log_{10} 2 = p, \log_{10} 3 = q$ として、 $\log_2 5$ と $\log_2(5!)$ を p, q で表せ。

(4) $\cos \theta = \alpha$ として、 $\cos 3\theta$ を α で表せ。また、 $\theta = \frac{\pi}{9}$ のとき、三角関数の積 $\cos \theta \cdot \cos 2\theta \cdot \cos 4\theta$ の値を求めよ。

(5) 大袋の中に青球 1 個、白球 1 個が入っており、小袋の中に赤球 1 個、青球 1 個、白球 1 個が入っている。いま、小袋から色を見ずに球を 2 個取り出して大袋に入れた。この後、大袋から球を 1 個取り出したとき、それが赤球である確率を求めよ。

2

四面体 $OABC$ において $\vec{a} = \overrightarrow{OA}, \vec{b} = \overrightarrow{OB}, \vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とする。また、線分 AB, AC 上にそれぞれ点 P, Q をとり、 $|\overrightarrow{AP}| = s, |\overrightarrow{AQ}| = t$ とおく。

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = 0, |\vec{a}| = \frac{1}{2}, |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = 1$ が成り立っているとして、以下の問いに答えよ。

(1) $\angle BAC = \theta$ として、 $\cos \theta$ を求めよ。また、 $\triangle APQ$ の面積を s, t を用いて表せ。

(2) 点 O から $\triangle ABC$ に下ろした垂線と $\triangle ABC$ との交点を H とする。 \overrightarrow{OH} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。

(3) $\overrightarrow{OH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OQ}$ が成り立っているとき、 $\triangle APQ$ の面積を求めよ。

3 次の2題の中から1題を選択して解答せよ。

3-1 以下の問いに答えよ。

- (1) $0 \leq x \leq 2\pi$ の範囲で $y = x + 2\sin x$ の増減と極値、およびグラフの凹凸を調べよ。
- (2) 不定積分 $\int x \sin x dx$ と $\int \sin^2 x dx$ を求めよ。
- (3) $0 \leq x \leq \pi$ の範囲で曲線 $y = x + 2\sin x$ と直線 $y = x$ とで囲まれた図形を、 x 軸の周りに1回転してできる回転体の体積 V を求めよ。

3-2 n を2以上の自然数とし、 $f(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$ とおく。ただし、 a_1, a_2, \dots, a_n は定数である。以下の問いに答えよ。

- (1) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+4h) - f(x)}{h}$ の x^{n-1} と x^{n-2} の係数を答えよ。
- (2) すべての実数 x について

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{x}{8} \frac{f(x+4h) - f(x)}{h} - 2f(x) - 2x^3 + x^2 + 9x \right\} = 0$$

が成り立つとき、 n を求め、 $f(x)$ を具体的に表せ。

- (3) $f(x)$ を(2)で得られた関数とする。曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。