数 学 ⑥

解 答 用 紙 その1

受 験 番 号

受 験 番 号

5 4

生物資源学部・後期日程

数学⑥ その1

（3枚のうちその1）

この線より右には受験番号以外はいっさい記入してはいけない。

1

1回の試行でのPの動き方は次の5通りで，それぞれの起こる確率は下表の通りである。

Pの動き方	(+2, 0)	(+1, +1)	(+1, 0)	(0, +1)	(0, +2)
確率	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

(1) 試行を2回繰り返してPの座標が（2, 2）となるのは次の(a), (b)の場合である。

(a)・・・(+2, 0), (0, +2)　⇒ ${}_2P_1$通りの並べ方

(b)・・・(+1, +1), (+1, +1)　⇒1通りの並べ方

(a), (b)それぞれの確率をp_a, p_bとすると，

$$p_a = {}_2P_1\left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{2}{64}$$

$$p_b = \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16}$$

よって，求める確率は$p_a + p_b = \frac{2}{64} + \frac{1}{16} = \frac{6}{64} = \frac{3}{32}$　←(1)の解答

(2) 試行を4回繰り返してOP＝5となるのは，Pの座標が次の(a)～(d)の場合である。

(a)・・・(0,5)

(b)・・・(5, 0)

(c)・・・(3, 4)

(d)・・・(4, 3)

- (a)となるのは，表より(0, +1) (0, +1) (0, +1) (0, +2)の組み合わせのみで，並べ方は${}_4P_1$通り（4通り）である。このときの確率q_aは

$$q_a = {}_4P_1\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{128}$$

- (b)は(a)のx座標とy座標を逆転した場合であり，このときの確率q_bは，$q_b = \frac{1}{128}$
- (c)となるのは次の(ア)～(エ)である。

(ア)・・・(+2, 0), (+1, 0), (0, +2), (0, +2)

(イ)・・・(+2, 0), (+1,+1), (0, +1), (0, +2)

(ウ)・・・(+1,+1), (+1, +1), (+1. 0), (0, +2)

(エ)・・・(+1, +1), (+1, +1),(+1. +1), (0, +1)

(ア)の組み合わせは，$\frac{4!}{2!}$（あるいは${}_3C_2 \times {}_2C_1$）の12通りの並べ方があり，この時の確率$q_ア$は，

$$q_ア = 12 \times \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{3}{512}$$

(イ)の組み合わせは，4!通り（24通り）の並べ方があり，この時の確率$q_イ$は，

$$q_イ = 24 \times \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{3}{128}$$

(ウ)の組み合わせは，$\frac{4!}{2!}$（あるいは${}_3C_2 \times {}_2C_1$）の12通りの並べ方があり，この時の確率$q_ウ$は，

$$q_ウ = 12 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{3}{128}$$

(エ)の組み合わせは${}_4P_1$通り（4通り）の並べ方があり，この時の確率$q_エ$は，

$$q_エ = 4 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{64}$$

1

	.0

以上(ア)〜(エ)より，(c)のときの確率 q_c は，

$$q_c = q_ア + q_イ + q_ウ + q_エ = \frac{3}{512} + \frac{3}{128} + \frac{3}{128} + \frac{1}{64} = \frac{35}{512}$$

・ (d)は(c)の x 座標と y 座標が逆転した場合であり，確率は$q_d = \frac{35}{512}$

従って，求める確率 q_d は，

$$q_a + q_b + q_c + q_d = \frac{1}{128} + \frac{1}{128} + \frac{35}{512} + \frac{35}{512} = \frac{78}{512} = \frac{39}{256}$$ ←(2)の解答

(3)$y=x-1$ は $x-y=1$ と変換でき，この条件を満たす P の座標は（4, 3）と（3, 2）だけである。

(a)P の座標が（4, 3）となる確率 r_a は，(2)の(d)より，$r_a = q_d = \frac{35}{512}$

(b)P の座標が（3, 2）となる確率 r_b は，次の(ア)〜(ウ)のときである。

(ア)・・・(+2, 0), (+1, 0), (0, +1), (0, +1)

(イ)・・・(+1, +1), (+1, 0), (+1, 0), (0, +1)

(ウ)・・・(+1, 0), (+1, 0), (+1. 0), (0, +2)

(ア)の組み合わせは，$\frac{4!}{2!}$（あるいは ${}_3C_2 \times {}_2C_1$）の 12 通りの並べ方があり，この時の確率 $r_ア$は，

$$r_ア = 12 \times \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{3}{128}$$

(イ)の組み合わせは，，$\frac{4!}{2!}$（あるいは ${}_3C_2 \times {}_2C_1$）の 12 通りの並べ方があり，この時の確率 $r_イ$は，

$$r_イ = 12 \times \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{12}{256}$$

(ウ)の組み合わせは，${}_4P_1$通り（4 通り）の並べ方があり，この時の確率 $r_ウ$は，

$$r_ウ = 4 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{4}{512}$$

以上(ア)〜(ウ)より，確率 r_b は$r_b = r_ア + r_イ + r_ウ = \frac{3}{128} + \frac{12}{256} + \frac{4}{512} = \frac{40}{512}$

従って，求める確率は，$r_a + r_b = \frac{35}{512} + \frac{40}{512} = \frac{75}{512}$ ←(3)の解答

生物資源学部・後期日程

数 学 ⑥

解 答 用 紙　その２

受 験 番 号

受 験 番 号

5	4

生物資源学部・後期日程

数学⑥　その２

（３枚のうちその２）

この線より右には受験番号以外はいっさい記入してはいけない。

2

(1) 点(a,b)を中心とし，半径が 3 の円 C は，

$(x-a)^2+(y-b)^2=9$　　(1)

$x^2+y^2=5$　　(2)

$x-y+1=0$　　(3)

(2), (3)の共有点を通る図形は k を定数として，

$x^2+y^2-5+k(x-y+1)=0$　　(4)

$\left(x+\dfrac{k}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{k}{2}\right)^2=\dfrac{k^2}{2}-k+5$　　(5)

と表せる。

これが円 C を表すとき，

$\dfrac{k^2}{2}-k+5=9$

$k^2-2k-8=0$

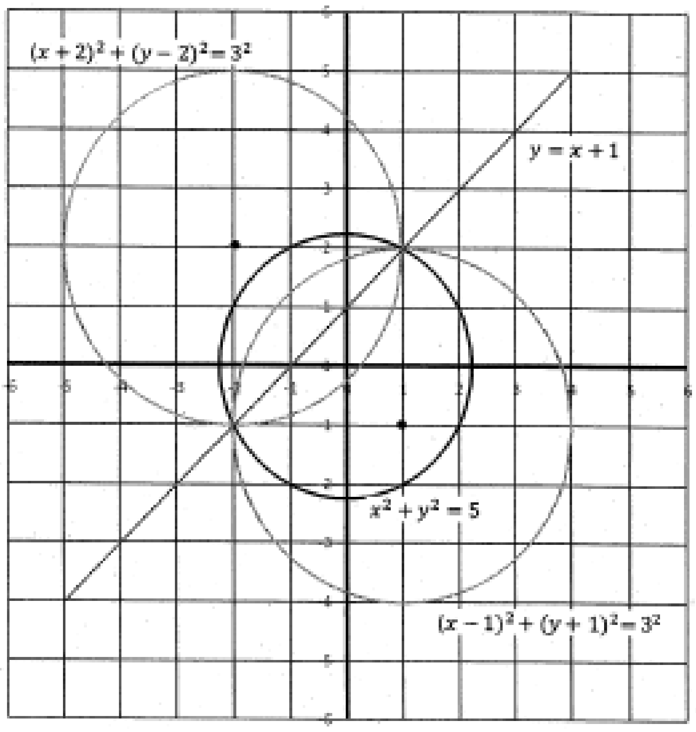
$(k-4)(k+2)=0$

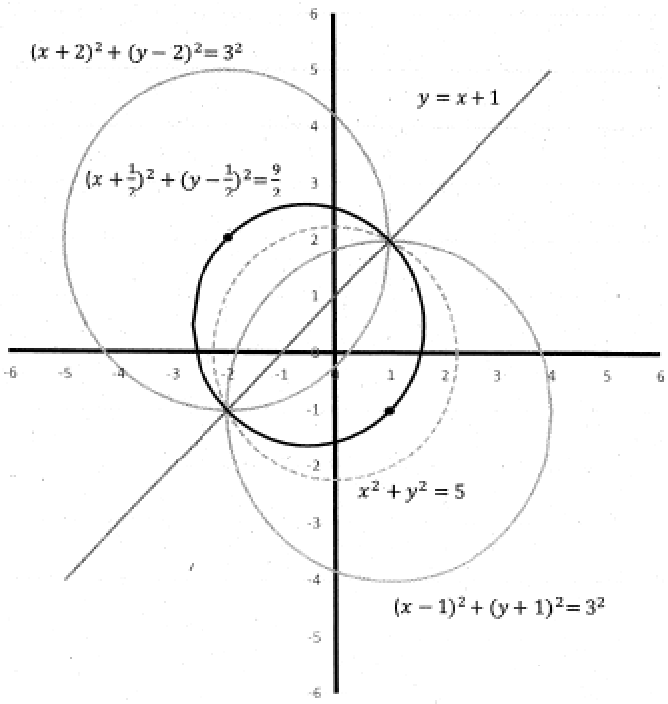
よって，$k=4,-2$

$k=4$ のとき(5)は，$(x+2)^2+(y-2)^2=9=3^2$

$k=-2$ のときは，$(x-1)^2+(y+1)^2=9=3^2$

したがって，$(a,b)=(-2,2),(1,-1)$





(2) (4)が(-2,2)を通るとき，

$(-2)^2+2^2-5+k(-2-2+1)=0$

$k=1$

このとき(5)は，

$\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{9}{2}=\left(\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2$　　(6)

同様に(1,-1)を通るとき，

$1^2+(-1)^2-5+k(1-(-1)+1)=0$

$k=1$

すなわち，(6)は２つの円の中心を通る。

したがって，求める円の中心は点$\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$，半径$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ である。

2

	.0

数 学 ⑥

解 答 用 紙 その3

受 験 番 号

受 験 番 号

5	4

生物資源学部・後期日程

数学⑥ その3

（3枚のうちその3）

この線より右には受験番号以外はいっさい記入してはいけない。

3

(1)

$f(x)=x^3+k(3x^2+3x+1)$ より、

$f'(x)=3x^2+k(6x+3)=3\{x^2+k(2x+1)\}$ ・・・(1)

極値をもつためには $f'(x)=0$ が２つの実数解をもつ必要がある。

判別式 $D/4=k^2-k=k(k-1)>0$

よって，$k<0$ または $k>1$ ・・・解答

(2) $f(x)$は、x の値が α，β で極値をとるので、$f'(x)$は以下のように表される、

$f'(x)=3(x-\alpha)(x-\beta)$ ・・・(2)

$|f(\alpha)-f(\beta)|=|\int_\beta^\alpha f'(x)dx|=\frac{1}{2}(\beta-\alpha)^3$ ・・・(3)（$\beta>\alpha$ より）

ここで、(1)、(2) 式を比較すると

$\alpha+\beta=-2k,$

$\alpha\beta=k$

$(\beta-\alpha)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=4k(k-1)$

$|f(\alpha)-f(\beta)|=\frac{1}{2}(\beta-\alpha)^3=4\{k(k-1)\}^{\frac{3}{2}}$ ・・・解答

(別解)

(1) において、解と係数との関係から、

$\alpha+\beta=-2k,\ \alpha\beta=k$

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=4k(k-1)$ ・・・(4)

$(\alpha-\beta)=-2\{k(k-1)\}^{\frac{1}{2}}$ ，$(\alpha-\beta)<0$ より

$|f(\alpha)-f(\beta)|=f(\alpha)-f(\beta)$ ， $(f(\alpha)-f(\beta)>0$ より$)$

$$=\left(\alpha^3+k(3\alpha^2+3\alpha+1)\right)-\left(\beta^3+k(3\beta^2+3\beta+1)\right)$$

$$=(\alpha^3-\beta^3)+3k(\alpha^2-\beta^2)+3k(\alpha-\beta)$$

$$=(\alpha-\beta)\{(\alpha+\beta)^2-\alpha\beta)\}+3k(\alpha-\beta)(\alpha+\beta+1)$$

$$=-2\{k(k-1)\}^{\frac{1}{2}}\{k(4k-1)\}-3k2\{k(k-1)\}^{\frac{1}{2}}(-2k+1)$$

$$=-2\{k(k-1)\}^{\frac{1}{2}}\{k(4k-1)+3k(-2k+1)\}$$

$$=-2\{k(k-1)\}^{\frac{1}{2}}\{-2k(k-1)\}=4\{k(k-1)\}^{\frac{3}{2}}$$ ・・・解答

3

		.0

(3)

β–α= $2\sqrt{2}$のとき，(3) 式より、

$|f(\alpha)-f(\beta)|=\frac{1}{2}(\beta-\alpha)^3=8\sqrt{2}$ ・・・解答

α，β は、(1)の解より、

$\alpha=-k-\sqrt{k^2-k}$

$\beta=-k+\sqrt{k^2-k}$

$\beta-\alpha=2\sqrt{k^2-k}=2\sqrt{2}$

$k^2-k-2=0$

$k=\frac{1}{2}\left(1\pm\sqrt{9}\right)=2$ または -1 ・・・解答

(別解)

β–α= $2\sqrt{2}$のとき，(4) 式より、

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=4k(k-1)=8$

$k^2-k-2=0$

$k=\frac{1}{2}\left(1\pm\sqrt{9}\right)=2$ または -1 ・・・解答

$|f(\alpha)-f(\beta)|=-2\{k(k-1)\}^{\frac{1}{2}}\{-2k(k-1)\}=4\{k(k-1)\}^{\frac{3}{2}}$

上式より、k=2 のとき、$|f(\alpha)-f(\beta)|=4\{2(2-1)\}^{\frac{3}{2}}=8\sqrt{2}$ ・・・解答

k=−1 のとき、$|f(\alpha)-f(\beta)|=4\{-1(-1-1)\}^{\frac{3}{2}}=8\sqrt{2}$