

令和 4 年度学力検査問題

教育学部・工学部・後期日程

数 学

⑤ $\left(\begin{array}{l} \text{数 学 I} \\ \text{数 学 II} \\ \text{数 学 III} \\ \text{数 学 A} \\ \text{数 学 B} \end{array} \right)$

問 題	ページ 1 ~ 2
解答用紙枚数	2 枚
解 答 時 間	120分

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 本冊子のページ数は上記のとおりである。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがある場合は申し出ること。
3. 解答用紙2枚の指定された欄2箇所(計4箇所)に、忘れずに本学の受験番号を記入すること。
4. 解答は、すべて別紙解答用紙のそれぞれの解答欄に記入すること。
5. 配布された問題冊子は、試験終了後持ち帰ること。
6. この問題冊子の空白部は、草稿用紙として使用してよい。

1

以下の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $2^{3t} - 3 \cdot 2^{2t} - 2^t + 3 = 0$ を満たす t をすべて求めよ。
- (2) 平面上の 3 点 $O(0, 0)$, $A(3, 4)$, $B(-1, 2)$ を考える。点 A を通り \overrightarrow{OB} に平行な直線上の点を P とする。 \overrightarrow{OP} と \overrightarrow{OB} の内積が 10 となるとき、点 P を求めよ。
- (3) a を実数とする。 $y = 7 - \sin^2 x - 2a \cos x$ の最小値が a と等しくなるような a の値をすべて求めよ。
- (4) z^3 と $z^2 + 2iz$ がともに実数であるような 0 でない複素数 z を求めよ。
- (5) 袋の中に赤球 6 個, 青球 6 個, 緑球 6 個, 白球 6 個が入っている。袋から 4 個の球を同時に取り出すとき、赤球と青球がちょうど 1 個ずつ含まれる確率を求めよ。

2

以下の問いに答えよ。

(1) n を自然数とする。 $x \geq 0$ のとき $(1+x)^n \geq 1+nx + \frac{1}{2}n(n-1)x^2$ を示せ。

また、これを用いて $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{3^n}$ を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 5, \quad a_{n+1} = 3a_n - 6 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) (2) で与えられた数列 $\{a_n\}$ を用いて、数列 $\{b_n\}$ を

$$b_1 = 2, \quad 3b_{n+1}(a_n + n) = b_n(a_{n+1} + n + 1) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。数列 $\{b_n\}$ の一般項と、 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ を求めよ。

3関数 $f(x) = (\log x)^2 - 2\log x$ ($x > 0$) について以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = f(x)$ の増減、極値、変曲点を調べて、そのグラフの概形をかけ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(p, f(p))$ における接線が原点 $(0, 0)$ を通るとき、 p の値を求めよ。

(3) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。