

令和 4 年度学力検査問題

工学部・前期日程

数 学

③ $\left(\begin{array}{l} \text{数 学 I} \\ \text{数 学 II} \\ \text{数 学 III} \\ \text{数 学 A} \\ \text{数 学 B} \end{array} \right)$

問 題	ページ 1 ~ 2
解答用紙枚数	2 枚
解 答 時 間	1 2 0 分

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 本冊子のページ数は上記のとおりである。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがある場合は申し出ること。
3. 解答用紙 2 枚の指定された欄 2 箇所(計 4 箇所)に、忘れずに本学の受験番号を記入すること。
4. 解答は、すべて別紙解答用紙のそれぞれの解答欄に記入すること。
5. 配布された問題冊子は、試験終了後持ち帰ること。
6. この問題冊子の空白部は、草稿用紙として使用してよい。

1

以下の問いに答えよ。

- (1) 正の数からなる数列
- $\{a_n\}$
- を

$$a_1 = 1, a_{n+1} = 3a_n^5 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。この数列の一般項を求めよ。

- (2) a, b を正の実数とする。 $a \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{3-\log_{\frac{1}{2}} x + \log_2 b}$ が成り立つ x の範囲を求めよ。
- (3) $\cos(x+y) - \cos x + \cos(x-y) = 0$ $\left(0 < x < \pi, 0 < y < \frac{\pi}{2}\right)$ を満たす (x, y) 全体を xy 平面上に図示せよ。
- (4) α を正の実数, β を複素数とする。複素数平面上の 3 点 $0, \alpha, \beta$ を頂点とする三角形の面積が 1 で, α と β が $5\alpha^2 - 4\alpha\beta + \beta^2 = 0$ を満たすとき, α と β の値を求めよ。
- (5) 赤球 2 個と白球 3 個が入っている袋から, 球を 1 個取り出し, 色を調べてからもとに戻すことを 3 回行う。このとき, 白球を取り出す回数が赤球を取り出す回数より少ない確率を求めよ。

2

実数 s に対して平面ベクトル $\vec{a}_1, \vec{b}_1, \vec{a}_2, \vec{b}_2$ を、成分を用いて

$$\vec{a}_1 = (x_1, y_1) + s(2, 1), \quad \vec{b}_1 = (-3, -1) + s(-2, -1),$$

$$\vec{a}_2 = (x_2, y_2) + s(0, 1), \quad \vec{b}_2 = (1, -3) + s(1, -2)$$

と定める。ただし x_1, y_1, x_2, y_2 は s によらない定数で、内積について

$$\vec{a}_1 \cdot \vec{b}_2 = 10 + 7s, \quad \vec{a}_2 \cdot \vec{b}_1 = -12 - 7s - s^2$$

がすべての s に対して成り立っているとする。実数 t に対して

$$\vec{c}_1 = \vec{a}_1 + t\vec{b}_1, \quad \vec{c}_2 = \vec{a}_2 + t\vec{b}_2$$

とおくとき、以下の問いに答えよ。

- (1) x_1, y_1, x_2, y_2 を求めよ。
- (2) $\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2$ を s を用いて表せ。また $\vec{b}_1 \cdot \vec{b}_2$ を求めよ。さらに \vec{c}_1 と \vec{c}_2 が垂直になるとき、 t を s で表せ。
- (3) s を自然数とする。 \vec{c}_1 と \vec{c}_2 が垂直で、 t が整数になるとき、 s の値をすべて求めよ。

3

以下の問いに答えよ。

- (1) $y = x^2 - x - \log x$ ($x > 0$) の増減を調べ、最小値を求めよ。
- (2) $x > 0$ のとき $x^2 e^{-x^2} \leq x e^{-x}$ を示せ。さらに等号を満たす正の数 x はただ一つであることを示せ。
- (3) $M = \int_0^1 e^{-x^2} dx$ とおく。 $\int_0^1 x^2 e^{-x^2} dx$ を M で表せ。さらに $M \leq 2 - \frac{3}{e}$ を示せ。