

令和4年度学力検査問題

工学部・後期日程

物 理

ページ	解答用紙枚数
1 ~ 12	2 枚

解答時間 120 分

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 本冊子のページ数は上記のとおりである。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがある場合は申し出ること。
3. 解答はすべて別紙解答用紙のそれぞれの指定の解答欄に記入すること。
4. 解答用紙2枚の指定された欄(計4箇所)に、忘れずに本学の受験番号を記入すること。
5. この問題冊子は試験終了後持ち帰ること。

1 図のように、質量 M [kg] の小球が、長さ L [m] の質量が無視できる伸び縮みしない糸に取り付けられ、点 O から吊り下げられている。この小球が鉛直方向から時計回りに角度 α [rad] の位置から糸がたるまないようにして静かに放たれ、なめらかな水平面上に静止した質量 m [kg] の小物体に最下点で衝突した。その後、小物体はなめらかな水平面上を距離 l_0 [m] 進んだあと、あらい水平面上を距離 l_1 [m] 進み、静止した。空気抵抗は無視でき、小球は水平面と接触せずに小物体と衝突するものとする。また、小球と小物体の大きさは無視できるものとする。重力加速度の大きさを g [m/s²]、小球と小物体との間のはね返り係数を e 、あらい水平面と小物体との間の動摩擦係数を μ とする。図中右向きを正とするとき、以下の文章中の(ア)~(カ)に適切な数式を記入せよ。

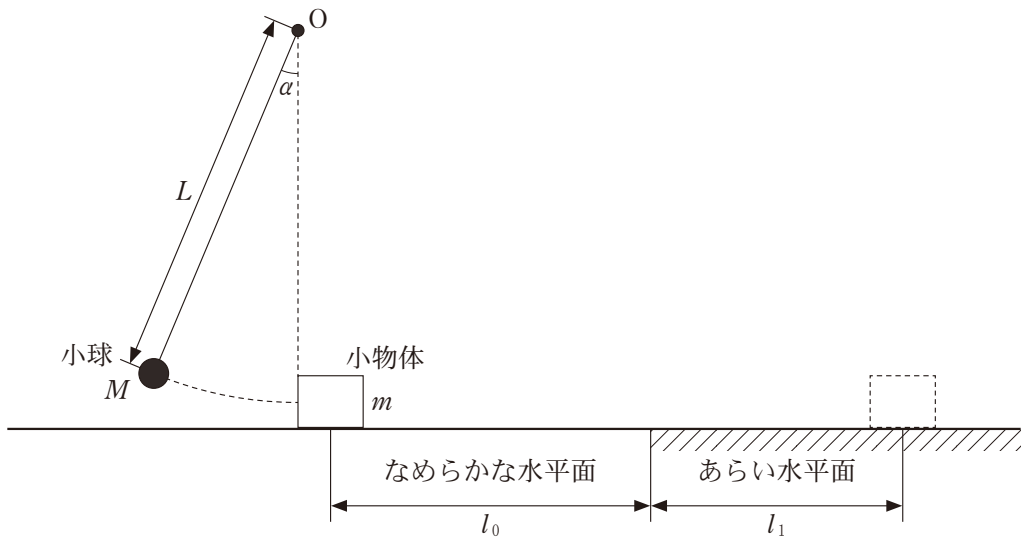
問 1 小物体に衝突する直前の小球の速度 V_1 [m/s] は、 L 、 α 、 g を用いて (ア) [m/s] と表せる。

問 2 小物体に衝突した直後の小球の速度を V_2 [m/s]、衝突した直後の小物体の速度を v_1 [m/s] としたとき、小球と小物体の間のはね返り係数 e は、 V_1 、 V_2 、 v_1 を用いて (イ) と表せる。また v_1 は、 l_0 、 l_1 、 V_1 、 M 、 m 、 e のうち必要なものを用いて (ウ) [m/s] と表せる。

問 3 小物体があらい水平面上を進んだ距離 l_1 は、 V_1 、 v_1 、 M 、 μ 、 g のうち必要なものを用いて (エ) [m] と表せる。

問 4 小物体と小球が衝突したあと、小物体が静止するまでに要する時間 t [s] は、 l_0 、 V_1 、 V_2 、 v_1 、 μ 、 g のうち必要なものを用いて (オ) [s] と表せる。

問 5 小物体が静止するまでに水平面が小物体にする仕事の大きさ E [J] は、 l_0 、 l_1 、 M 、 m 、 μ 、 g のうち必要なものを用いて (カ) [J] と表せる。



図

2 2枚のガラス板の間で生じる光の干渉について、次の文章を読み、
 (a) ~ (g) , (j) および (m) には適切な値または数式
 を記入せよ。(h) , (l) には欄内の2つの選択肢から適切なものを
 書き入れ、(i) については下線(あ)の理由を、句読点を含めて40字以上70
 字以内で記入し、文を完成させよ。また (k) については選択肢(ア)~(エ)から
 適切なものを記号ですべて記入せよ。なお、空気の屈折率は1とし、空気に対する
 ガラス板の屈折率はすべて同じで1より大きいものとする。

図1のように、空気中で2枚の透明な平面ガラス板AとBを、片側の端を接
 触させ、この位置を点Oとする。この端から距離 L [m]の位置に厚さ t [m]の薄
 い板をはさんで配置する。上方からガラス板Bに対して垂直に波長 λ [m]の単色
 光を当て、上から見たところ、明るい線(明線)と暗い線(暗線)からなる縞模様
 が見られた。この縞模様が生じる理由について考える。

ガラス板Bの上面の点Pに入射する光について考える。点Pと、その直上の
 ガラス板Aとの間隔を d [m]とする。ガラス板Aを透過し、垂直に入射した光
 は点Pで反射され、①に示す経路を進む。この経路①の光は、ガラス板Aの下
 面の点Qで反射された経路②の光と干渉する。このとき、入射光に対する反射
 光の位相の変化を考えると、点Pの位置で反射された光の位相の変化は
 (a) [rad]であり、また点Qの位置で反射された光の位相の変化は
 (b) [rad]である。これら2つの光の経路差は (c) [m]であるた
 め、経路①の光と経路②の光が干渉して強め合う条件は、 $m = 0, 1, 2, \dots$
 として d, m および λ を用いて表すと (d) であり、このとき明線が現れ
 る。逆に干渉して弱め合う条件を同様に d, m および λ を用いて表すと
 (e) となり、このとき暗線が現れる。いま、点Pの位置に暗線が現れた
 とする。点Oと点Pの距離を x [m]としたとき、この x を m, t, L および λ
 を用いて表すと $x =$ (f) [m]となる。また、隣り合う暗線の間隔が Δx [m]
 であるとき、これを t, L および λ を用いて表すと、 $\Delta x =$ (g) [m]とな
 る。

この状態でガラス板Bの下から見たところ、図2に示すような経路③および
 ④による光の干渉縞が見られた。このとき、上から見たときに暗線があった位置
 (あ)
 には、下から見ると (h) {暗線, 明線} が見えた。その理由は (i) ため
 である。

図1で示す状態を保ったまま，2枚のガラス板の間を，ガラス板よりも小さな屈折率 n ($n > 1$) の液体で満たし，上から見たところ，干渉縞の間隔が変化した。このときの干渉縞の隣り合う暗線の間隔を $\Delta x'$ [m] とし，これを n ， t ， L および λ を用いて表せば， $\Delta x' = \boxed{\text{(j)}}$ [m] である。液体を満たしたまま，この干渉縞の間隔を，液体を満たす前の値 Δx にするためには， $\boxed{\text{(k)}}$ する必要がある。

【(k)の選択肢】

- (ア) λ を大きく (イ) λ を小さく (ウ) t を大きく (エ) t を小さく

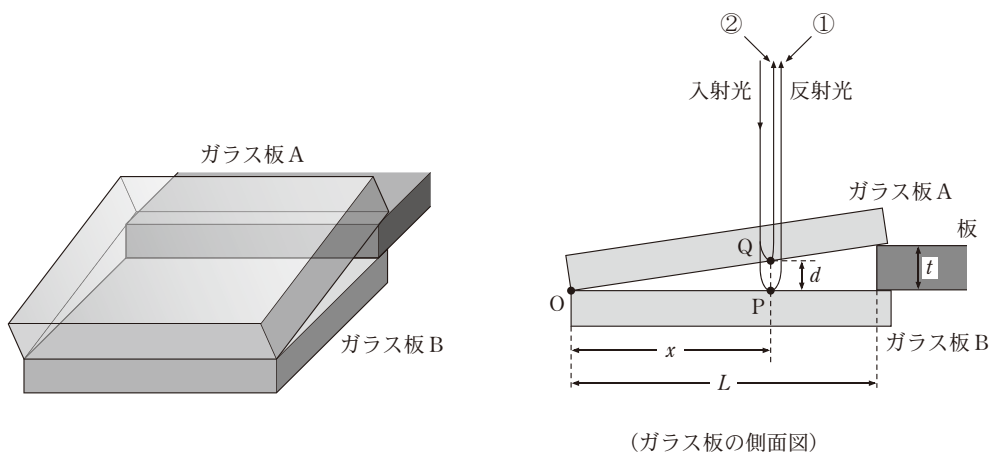


図 1

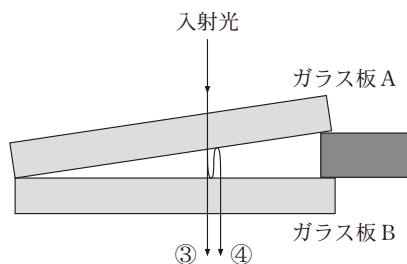


図 2

次に、図3のように、空气中で透明な平面ガラス板Aと、高さ h (m) ($h < \frac{\lambda}{4}$) の段差がある平面ガラス板Bを、片側の端を接触させ、この端から距離 L (m) の位置に厚さ t (m) の薄い板をはさんで配置する。ガラス板B上の面1と面2は、段差のない反対側の面と平行である。ガラス板Bに対して垂直に波長 λ (m) の単色光を当て、上から見たところ、面1と面2の上では縞模様がずれた位置に現れたが、縞の間隔は両者で同じであった。いま、ガラス板の接触する端部(点Oの位置)から距離 x (m) にある面1上の点Pに暗線がある。これから最も近い位置にある面2上の暗線の、点Oからの距離を比較すると、面2の暗線は、面1の暗線に対して (1) { x が増加, x が減少 } する方向にずれた位置に現れる。これらの暗線のずれを測定すると、その値は s (m) であった。このとき、段差の高さ h を d , s , t , L , λ のうち必要なものを用いて表すと、 $h = \text{span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">(m)}$ (m) となる。

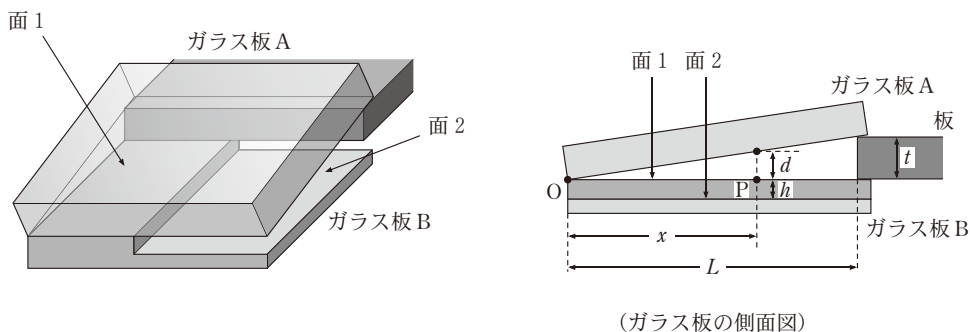


図3

3 図に示すように、ピストンの付いた容器内に同一の質量のたくさんの微小な粒子が閉じ込められている。この粒子は、壁やピストンと弾性衝突を繰り返すが、 x 軸に沿ってのみ運動するものとする。粒子 1 個の質量を m [kg]、ピストンの断面積を S [m²]、容器内の粒子の個数を N [個] とする。また、粒子間の衝突は起こらないものとする。なお、重力の影響は無視できるものとし、紙面右向きを x の正とする。

いま、図のようにピストンが壁からの距離 d [m] の位置に静止している。このとき、すべての粒子の速さは等しく v [m/s] である。

問 1 1 個の粒子の運動に着目し、この粒子がピストンに 1 回衝突することによる運動量変化の大きさ [kg・m/s] を求めよ。

問 2 単位時間内に 1 個の粒子の衝突によってピストンが受ける力 [N] を求めよ。

問 3 単位時間内に容器内のすべての粒子がピストンに衝突することによってピストンが受ける圧力 [Pa] を求めよ。

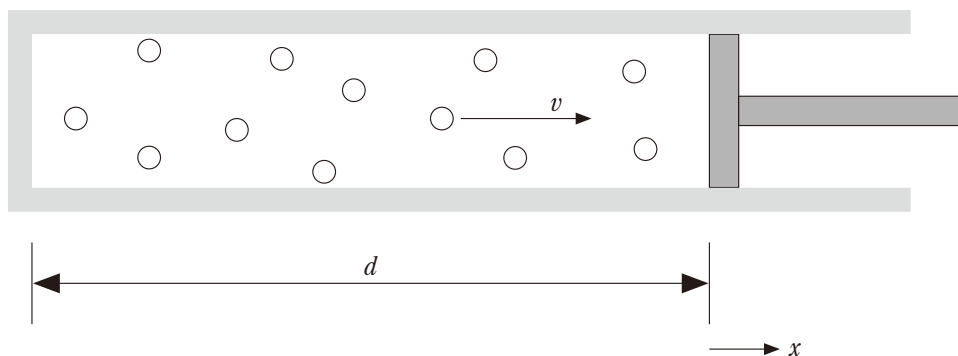
次に、ピストンを壁からの距離 d の位置から外力によって常に一定の速さ v_p [m/s] でゆっくと右に移動させる。ただし、 v_p は v に対して十分小さいものとする。

問 4 速さ v の粒子が移動中のピストンに 1 回衝突してはね返ったとき、衝突後の粒子の速度 [m/s] を求めよ。

問 5 問 4 の衝突による、この粒子の運動エネルギーの変化 [J] を求めよ。

問 6 ピストンを移動させ始めてから短い時間 Δt [s] の間に、1 個の粒子がピストンと衝突する回数 [回] を求めよ。ただし、時間 Δt 間の粒子の平均速さを $\overline{v_s}$ とし、 Δt^2 の項は無視できるものとする。

問 7 問 6 の衝突により、容器内の n 個の粒子がピストンと衝突する場合、 n 個の粒子がピストンにする仕事の大きさ [J] を求めよ。ただし、時間 Δt 間の粒子の速さの二乗平均を $\overline{v_s^2}$ とし、 Δt の間は容器内の圧力は一定とみなせるものとする。



図

4 以下の文章中の ① ~ ⑥ には適切な数式を記入し、⑦ には欄内の2つの選択肢から適切なものを記入せよ。また、⑧ には選択肢(a)~(d)から適切なものを記号ですべて記入せよ。

問 1 図1に示すように、鉛直に置かれた導体棒 L_1 の上端に導体棒 L_2 が水平に固定されている。導体棒 L_2 の長さは $2r$ (m) で、その中点 O で導体棒 L_1 に固定されている。2本の導体棒の太さはいずれも無視できるとする。一様な磁界(磁束密度の大きさ B (T)) を導体棒 L_1 に平行で上向きにかけた状態で、導体棒 L_2 を L_1 を回転軸として、上方から見て反時計回りに角速度 ω (rad/s) で回転させたとする。このとき、導体棒 L_2 の先端の点 P が進む速度の大きさは ① [m/s] であり、点 P における自由電子(電荷量 e (C)) が受けるローレンツ力は ② [N] と表される。また、導体棒 L_2 は単位時間あたり ③ [Wb] の磁束を横切る。したがって、導体棒 L_2 の中点 O と点 P の間には ④ [V] の電位差が生じる。

問 2 次に、図1の装置に磁界をかけたままの状態、図2に示すように、円形の導体リング C を導体棒 L_2 の両端に接するように配置して、導体リング C と導体棒 L_1 の間に抵抗値 R (Ω) の抵抗器を接続する。そして、導体棒 L_2 を L_1 を回転軸として、上方から見て反時計回りに角速度 ω (rad/s) で回転させる。導体棒 L_2 の両端は導体リング C に接しながら滑らかに移動し、それらの間の摩擦力および接触部分の電気抵抗は十分小さく無視できるものとする。このとき、抵抗器に ⑤ [A] の電流が流れ、⑥ [W] の電力が消費される。

問 3 図 2 において、抵抗器の代わりに発光ダイオードを接続する場合を考える。発光ダイオードには、通常のダイオードと同様に p 型半導体側の電極と n 型半導体側の電極があり、p 型半導体が n 型半導体に比べて ⑦{高電位, 低電位} となるように接続すると電流が流れる。したがって、発光ダイオードの p 型半導体側の電極を導体リング C に接続し、n 型半導体側の電極を導体棒 L_1 に接続した状態で、磁界を導体棒 L_1 に平行にかけて、導体棒 L_2 を L_1 を回転軸として回転させるとき、発光ダイオードに電流を流して点灯させるためには、⑧ とすればよい。ただし、導体棒の回転数は十分高く、発光ダイオードを点灯させるのに十分な起電力が生じるものとする。

- (a) 磁界の方向が上向き、導体棒 L_2 が上方から見て反時計回りに回転
- (b) 磁界の方向が上向き、導体棒 L_2 が上方から見て時計回りに回転
- (c) 磁界の方向が下向き、導体棒 L_2 が上方から見て反時計回りに回転
- (d) 磁界の方向が下向き、導体棒 L_2 が上方から見て時計回りに回転

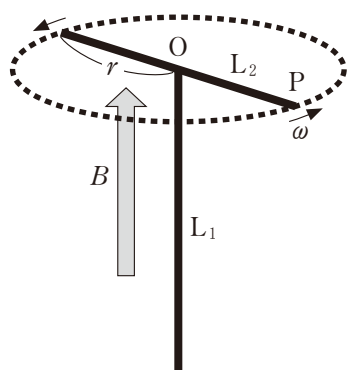


図 1

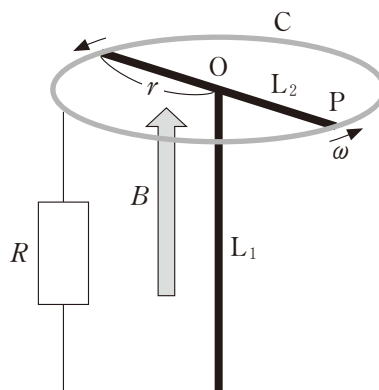


図 2

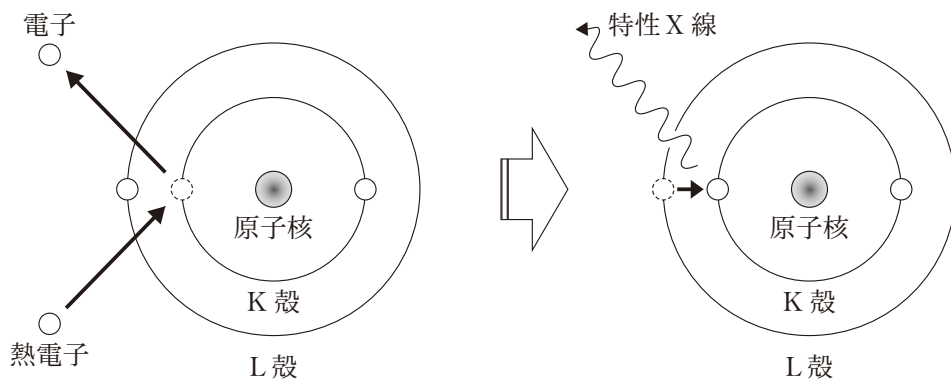
5 陰極(フィラメント)から放出された熱電子が、高い電圧で加速されて陽極にある金属に衝突するとX線が発生する。このとき、発生するX線には2種類あり、連続した波長分布を持つ連続X線と、特定の波長を持つ特性(固有)X線が存在する。特性X線に関する以下の記述について、文章中にある (i) ~ (xi) に適切な数式を記入せよ。(xii) には選択肢から適切なものを記入せよ。なお、プランク定数を h [J·s]、電気素量を e [C]、電子の質量を m [kg]、真空中での光の速さを c [m/s]、クーロンの法則の比例定数を k_0 [N·m²/C²] とする。また、電子どうしの静電相互作用の影響は小さいものとし、電子の質量は原子核の質量に比べて十分小さいものとする。

図に示すように内側(K殻)の電子が加速された熱電子とともに原子の外にはじき出され、外側(L殻)にあった電子が内側に移ることによって発生する特性X線について考える。いま原子番号 Z の原子核に対して、水素原子に対するボーアの原子模型を適用して特性X線の波長を導出することを考える。

K殻にある電子が原子核を中心とする半径 r_K [m] の円軌道上を速さ v_K [m/s] で運動しているとき、この電子には Z 個の正電荷によるクーロン力が作用し、その大きさは (i) [N] となる。電子の受ける向心力は (ii) [N] となることから (i) = (ii) が成り立ち、 r_K と v_K との関係として $r_K =$ (iii) が得られる。また、ボーアの量子条件より電子のド・ブロイ波長は円運動の軌道上で定在波となる状態だけが許される。つまり、電子の円運動における円周長はド・ブロイ波長の n 倍 (n は正の整数) となり、K殻にある電子の円運動の半径は $n = 1$ での量子条件として $2\pi r_K =$ (iv) を満たす。したがって、 $r_K =$ (iii) および $2\pi r_K =$ (iv) の関係から、 h 、 m 、 k_0 、 e および Z を用いて $r_K =$ (v) が得られる。一方、この電子は運動エネルギー $K =$ (vi) [J] と無限遠を基準とするクーロン力による位置エネルギー $U =$ (vii) [J] を持っており、これらのエネルギーの和としてK殻にある電子の全エネルギー E [J] は、 Z 、 k_0 、 e および r_K を用いて $E = K + U =$ (viii) と表される。 $r_K =$ (v) を用いると、

$$E = -\frac{2\pi^2 k_0^2 m e^4}{h^2} \times \text{(ix)} \quad \dots \text{式(1)}$$

となる。



図

一方、 $n = 2$ での量子条件を満たすL殻にある電子は、 Z からK殻に残された電子数を差し引いた数の正電荷によるクーロン力が作用し、円運動の円周長はド・ブROI波長の2倍となる。このことから、図に示すL殻にある電子の円運動の半径として、 h, m, k_0, e および Z を用いて $r_L = \boxed{\text{(x)}}$ [m]が得られる。L殻にある電子の運動エネルギーとクーロン力による位置エネルギーの和としての全エネルギー E' [J]は、 $r_L = \boxed{\text{(x)}}$ を用いて計算すると、

$$E' = - \frac{2 \pi^2 k_0^2 m e^4}{h^2} \times \boxed{\text{(xi)}} \quad \dots \text{式(2)}$$

となる。L殻にある電子とK殻にある電子のエネルギー差を ΔE [J]とすると、 $\Delta E = E' - E$ に相当するエネルギーのX線が発生することになる。したがって、式(1)および式(2)を用いると、特性X線の波長 λ [m]は、

$$\lambda = \frac{2 h^3 c}{\pi^2 k_0^2 m (3Z - 1)(Z + 1) e^4} \quad \dots \text{式(3)}$$

と導出される。式(3)より λ は陽極に用いる金属の原子番号に依存して変化する。 Z が大きくなると特性X線の波長は $\boxed{\text{(xii)}\{\text{長く, 短く}\}}$ なる。