

総合問題（数学）

解答例

1.

2 つの曲線 $f(x) = -ax^2$ と $g(x) = a(x-2)^2 + b$ がある。以下の問いに答えよ。計算過程も記述せよ。

問1. 両曲線が $x = 1$ の点で接しているとき、 b の値を a を用いて表せ。

$$f(1) = g(1) \text{ であるので, } -a = a + b \text{ よって, } b = -2a$$

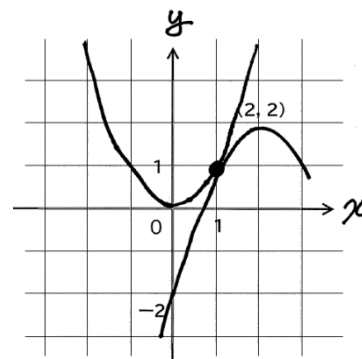
問2. $x = 1$ での接線の傾きが 2 であるときの関数 $f(x)$ と $g(x)$ の形状を解答用紙の所定の欄に描け。軸との交点や頂点の座標など、形状が特定できる座標の値を記入すること。

$$f'(1) = g'(1) = 2 \text{ であるので, } a = -1, \quad b = 2$$

$$\text{よって, } f(x) = x^2$$

$$g(x) = -(x-2)^2 + 2 \text{ である。}$$

図示すると左の図となる。



問3. 両曲線と y 軸で囲まれた面積 S を求めよ。

$$S = \int_0^1 (f(x) - g(x)) dx = \int_0^1 (x^2 - \{-(x-2)^2 + 2\}) dx = \int_0^1 (2x^2 - 4x + 2) dx =$$

$$\left[\frac{2}{3} x^3 - 2x^2 + 2x \right]_0^1 = \frac{2}{3}$$

出題意図：

高校初等数学レベルの曲線の方程式と微積分の学力を確認する。

問2.

つぎの変量 x と y について、以下の問いに答えよ。計算過程も記述すること。

変量 x	5	5	7	7	8	8	9	9	11	11
変量 y	8	8	8	8	10	10	10	12	12	14

問1. 変量 x と y のそれぞれに対して、記述統計（表に記載されたデータが母集団である）における分散と標準偏差を求めよ。変量 x と y のそれぞれの平均値は8および10である。

変量 x の分散 $= \frac{1}{10} \{(5 - 8)^2 + \dots\} = 4$, したがって標準偏差は2

変量 y の分散 $= \frac{1}{10} \{(8 - 10)^2 + \dots\} = 4$, したがって標準偏差は2

問2. 変量 x と y の相関関係を調べたい。どのように考え計算したらよいか簡潔に説明せよ。

x と y 両方向の分散（共分散）を変量 x 方向と変量 y 方向の標準偏差の積で割った相関係数を計算する。

（ちなみに計算結果は共分散=3.6となるので相関係数は0.9）

出題意図：

基本的な統計の知識と相関係数の考え方を問う。問2は考え方の説明を求めているので、相関係数の値は計算しなくても良い。ただし、計算して正しい値を記載していれば、説明が多少不明でも減点しない。計算が無ければ説明に従って採点する。