教育学部 $\boxed{4-2}$，**生物資源学部** $\boxed{4-2}$　　（指摘前に正解とした解答例）

(1) $g(x) = e^x \int_0^x f'(t)\,dt + \int_0^x e^t f'(t)\,dt$ であるから，

$$\begin{aligned} g'(x) &= e^x \int_0^x f'(t)\,dt + e^x f'(x) + e^x f'(x) \\ &= e^x (f(x) - f(0)) + 2e^x f'(x) \\ &= \underline{e^x f(x) + 2e^x f'(x) - e^x}. \end{aligned}$$

$(2')$

$$e^x f(x) = -3x^2 e^x + g(x)$$

の両辺を微分して

$$e^x f(x) + e^x f'(x) = -(3x^2 + 6x)e^x + e^x f(x) + 2e^x f'(x) - e^x$$

を得る．これより $e^x f'(x) = (3x^2 + 6x + 1)e^x$ であるから，

$$f'(x) = 3x^2 + 6x + 1$$

となる．よって

$$f(x) = \int (3x^2 + 6x + 1)\,dx = x^3 + 3x^2 + x + C$$

であるが，条件 $f(0) = 1$ より $C = 1$ である．よって

$$\underline{f(x) = x^3 + 3x^2 + x + 1}$$